Επιχειρησιακή Έρευνα 15/11 (1)

Wagner - Whitin

1) Ορίζοντας σχεδιασμού (λειτουργίας) του συστήματος είναι πεπερασμένο και αποτελείται από περιόδους του μήκους

2) Η ζήτηση είναι προσδιοριστική μεταβάλλεται από περίοδο σε περίοδο

3) Καμιά παραγγελία δεν προγραμματίζεται να αφιχθεί στην αρχή μιας περιόδου της οποίας η ζήτηση είναι μηδέν

4) Χρόνος αγοράς (real time) είναι μηδέν

5) Όλη η ποσότητα παραγγελίας παραλαμβάνεται την ίδια στιγμή στην αρχή της περιόδου και δεν επιτρέπεται διάσπαση της παραγγελίας.

6) Το κόστος διατήρησης χρεώνεται στο τέλος της περιόδου

7) Η πολιτική παραγγελιών συνίσταται στον καθορισμό ενός ή περισσότερων ακέραιων χρονικών περιόδων ικανοποίησης της ζήτησης του. θα γίνει με την χρονολογική σειρά παρουσίασης της ζήτησης

8) Δεν επιτρέπεται ικανοποίηση της ζήτησης με καθυστέρηση

9) Το κόστος παραγγελίας σταθερό σε κάθε περίοδο ή ανεξάρτητο από το μέγεθος της παραγγελίας

N : ορίζοντας σχεδιασμού

c : κόστος παραγγελίας

H = P·F : κόστος διατήρησης ανά μονάδα διατηρημένου αποθέματος ανά περίοδο

P : κόστος αγοράς ανά μονάδα προϊόντος

D_i : ζήτηση στην περίοδο i

I_i : διαθέσιμο απόθεμα στο τέλος της περιόδου i

Q_i : ποσότητα παραγγελίας

$$f(Q_i) = \begin{cases} 1 & \text{αν } Q_i > 0 \\ 0 & Q_i = 0 \end{cases}$$

$$\min_{Q_i} \sum_{i=1}^{N} c f(Q_i) + H I_i$$

$$I_{i-1} + Q_i - D_i = I_i \quad i = 1, \dots, N$$

$$Q_i \geq 0 \quad I_i \geq 0 \quad I_0 = I_N = 0 \quad i = 1, \dots, N$$

Ιδιότητες

1) $Q_i I_{i-1} = 0$

2) Η παραγγελία που τίθεται σε μια περίοδο πρέπει να καλύπτει τη ζήτηση για ακέραιο αριθμό περιόδων που ακολουθούν

(i) Υπολογίζεται ο πίνακας συνολικού κόστους για όλες τις εναλλακτικές πολιτικές παραγγελιών για έναν ορίζοντα σχεδιασμού που αποτελείται από N περιόδους

$$Z_{ce} = C + H \sum_{i=k}^{e} (Q_{ce} - Q_{ci}) \qquad i \leq c \leq e \leq N$$

$$Q_{ce} = \sum_{k=c}^{e} Q_k$$

(ii) Ορίζουμε f_e το ελάχιστο κόστος από την περίοδο 1 έως την e υποθέτοντας ότι το επίπεδο των αποθεμάτων στο τέλος της περιόδου e είναι μηδέν

$$f_0 = 0$$
$$f_e = \min\{Z_{ce} + f_{c-1}\} \quad c = 1, 2, \ldots, e$$
$$f_N$$

(iii) Καθορισμός βέλτιστης πολιτικής

$$f_N = Z_{wN} + f_{w-1}$$
$$f_{w-1} = Z_{vw-1} + f_{v-1}$$
$$\ldots \ldots$$
$$f_{u-1} = Z_{1u-1} + f_0$$

Παράδειγμα

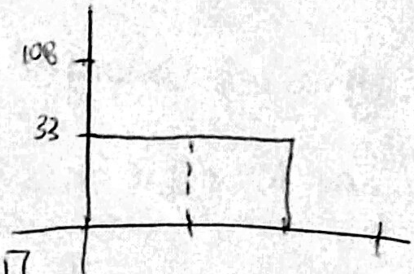
$c = 100€$, $p = 5€$, $F = 20\%$

Περίοδος	1	2	3	4	5	6
Ζήτηση	75	0	33	28	0	10

$H = p \cdot F = 1$

$Z_{11} = 100 + 1(75-75) = 100$

$Z_{12} = 100 + 1[(75-75) + (75-75)] = 100$



$Z_{13} = 100 + 1[(108-75) + (108-75) + (108-108)] = 166$

$Z_{14} = 100 + 1[(136-75) + (136-75) + (136-108) + (136-136)] = 250$

$Z_{15} = 100 + 1[(136-75) + (136-75) + (136-108) + (136-136) + (136-136)] = 250$

$Z_{16} = 100 + 1[(145-75) + (146-75) + (146-108) + (146-136) + (146-136) + (146-146) = 300$

$Z_{22} = 100 + 1(0-0) = 100$

* $Z_{24} = 100 + 1[(61-0) + (61-33) + (61-61)] = 189$

$Z_{25} = 100 + 1[(61-0) + (61-33) + (61-61) + (61-61)] = 189$

$Z_{26} = 100 + 1[(71-0) + (71-33) + (71-61) + (71-61) + (71-71)] = 229$

$Z_{23} = 100 + 1[(33-0) + (33-33)] = 133$

$Z_{33} = 100 + 1(33-33) = 100$

$Z_{34} = 100 + 1[(61-33) + (61-61)] = 128$

$z_{35} = 100 + 1[(62-33) + (61-61) + (61-62)] = 128$

$z_{36} = 100 + 1[(71-33) + (71-61) + (71-62) + (71-71)] = 158$

$z_{44} = 100 + 1(28-28) = 100$

$z_{45} = 100 + 1[(28-28) + (28-28)] = 100$

$z_{46} = 100 + 1[(38-28) + (38-28) + (38-33)] = 120$

$z_{55} = 100 + 1(0-0) = 100$

$z_{56} = 100 + 1[(10-0) + (10-10)] = 110$

$z_{66} = 100 + 1(10-10) = 100$

$\boxed{z_{ce}}$

c\e	1	2	3	4	5	6
1	100	100	166	250	250	300
2		100	133	189	189	158
3			100	128	128	158
4				100	100	120
5					100	110
6						100

$f_1 = \min\{z_{11} + f_0\} = 100 + 0 = 100$

$f_2 = \min\{z_{12} + f_0, z_{22} + f_1\} = \min\{100+0, 100+100\} = 100$ $\quad z_{12} + f_0$

$f_3 = \min\{z_{13} + f_0, z_{23} + f_1, z_{33} + f_2\} = \min\{166+0, 133+100, 100+100\} = 166$

$z_{13} + f_0$

$f_4 = \min\{z_{14}+f_0,\ z_{24}+f_1,\ z_{34}+f_2,\ z_{44}+f_3\} =$

$= \min\{250+0,\ 189+100,\ 128+100,\ 100+166\} = 228$ $\quad z_{34}+f_2$

$f_5 = \min\{z_{15}+f_0,\ z_{25}+f_1,\ z_{35}+f_2,\ z_{45}+f_3,\ z_{55}+f_4\} =$

$= \min\{250+0,\ 189+100,\ 128+100,\ 100+166,\ 100+228\} = 228$ $\quad z_{35}+f_2$

$f_6 = \min\{z_{16}+f_0,\ z_{26}+f_1,\ z_{36}+f_2,\ z_{46}+f_3,\ z_{56}+f_4,\ z_{66}+f_5\} =$

$= \min\{300+0,\ 229+100,\ 158+100,\ 120+166,\ 100+228,\ 100+228\} = 258$

$z_{36}+f_2$

Διαδρομή παραγγελιών $\quad z_{36}+f_2 = z_{36}+z_{12}+f_0$

$\boxed{\text{Β΄ τρόπος}}$

Φτιάχνω τον πίνακα όπως πριν και στην συνέχεια γράφω την πρώτη γραμμή ως έχει και μετά σε κάθε γραμμή του προηγούμενου πίνακα προσθέτω το μικρότερο στοιχείο της προηγούμενης στήλης

f_e

c\e	1	2	3	4	5	6
1	100	100	166	250	250	300
2		200	233	289	289	229
3			200	228	228	258 min
4			3_6	266	266	286
5					328	338
6						328

π.χ θέλω να γεμίσω 4 γραμμή έχω την αρχική από τον προηγούμενο πίνακα και κοιτάω το min της 3ης στήλης που έχω ως τώρα που είναι το 166

Silver Meal (1973) Least Period Cost

$$\frac{TC(K)}{K} = \frac{\text{Συνολικό κόστος διατήρησης μέχρι την περίοδο } K}{K} =$$

$$= \frac{C + \sum_{i=1}^{K} (i-1) D_i}{K}$$

$$\frac{TC(K-1)}{K-1} \geq \frac{TC(K)}{K} < \frac{TC(K+1)}{K+1} \quad K \leq N$$

Ψάχνω το K που ισχύει αυτή η σχέση

Παράδειγμα

~~Περίοδος K Di H(K-1)Dk ΣH(i-1)Di~~

Περίοδος	K	D_i	$H(K-1)D_K$	$\sum_{i=1}^{K} H(i-1)D_i$	$C+H\sum_{i=1}^{K}(i-1)D_i$	$\frac{C+H\sum_{i=1}^{K}(i-1)D_i}{K}$
1	1	75	0	0	100	100
2	2	0	0	0	100	50
3	3	33	66	66	166	55.33
3	1	33	0	0	100	100
4	2	28	28	28	128	64
5	3	0	0	28	128	42.67
6	4	10	30	58	158	39.5

Least Unit Cost

$$\frac{TC(k-1)}{\sum_{i=1}^{k-1} D_i} \geq \frac{TC(k)}{\sum_{i=1}^{k} D_i} < \frac{TC(k+1)}{\sum_{i=1}^{k+1} D_i} \qquad k \leq N$$

Περίοδος	k	D_i	$\sum_{i=1}^{k} D_i$	$H(k-1)D_k$	$\sum_{i=1}^{k} H(i-1)D_i$	$C+H\sum_{i=1}^{k}(i-1)D_i$	$\frac{C+H\sum_{i=1}^{k}(i-1)D_i}{\sum_{i=1}^{k} D_i}$
• 1	1	75	75	0	0	100	1.33
2	2	0	75	0	0	100	1.33
3	3	33	108	66	66	166	1.54
• 3	1	33	33	0	0	100	3.03
4	2	28	61	28	28	128	2.10
5	3	0	61	0	28	128	2.10
6	4	10	71	30	58	158	2.22
• 6	1	10	10	0	0	100	10

1παραγ. 75

2παραγ. 61 = 33+28

3παραγ. 10

300 + 28 = 328 κόστος

μη βέλτιστο

Part Period Balancing

$$H\sum_{i=1}^{F}(i-1)D_i = C$$

$$\sum_{i=1}^{F}(i-1)D_i = \frac{C}{H}$$

$\frac{C}{H} = 100$

Περίοδος	K	D_i	$(F-1)D_K$	$\sum_{i=1}^{F}(i-1)D_i$
1	1	75	0	0 <100
2	2	0	0	0 <100
3	3	33	2·33=66	66 <100
4	4	28	3·28 = 84	150 >100
4	1	28	0·(28) = 0	0 <100
5	2	0	0	0 <100
6	3	10	2·10 =20	20 <100

1 παραγγ 1η–3η περίοδος

2 παραγγ 4η περίοδ

$200 + 2\cdot 33 + 2\cdot 10 = \underline{286}$ κόστος

μη βέλτιστο